

Grundlagen der Elektrotechnik



Wechselstrom- Kenngrößen

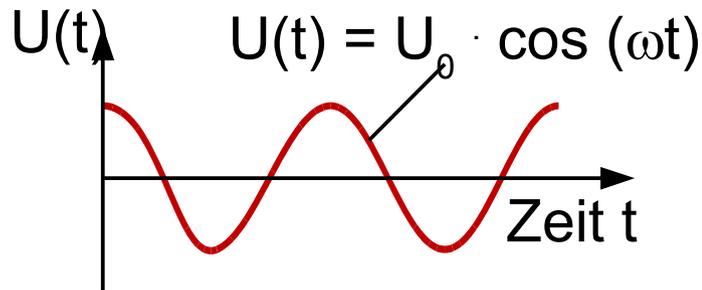
TH-Köln 2020

Prof. Dr. Eberhard Waffenschmidt

Wechselstrom-Kenngrößen

- Periodische Signale
- Kenngrößen im Zeitbereich
 - Periodendauer
 - Frequenz
 - Phasenverschiebung
- Kenngrößen im Wertebereich
 - Amplitude, Scheitelwert, Spitze-Spitze-Wert
 - Mittelwert, Gleichgerichteter Mittelwert
 - Effektivwert
 - Crest-Faktor, Form-Faktor
- Kennwerte für sinusförmige Verläufe

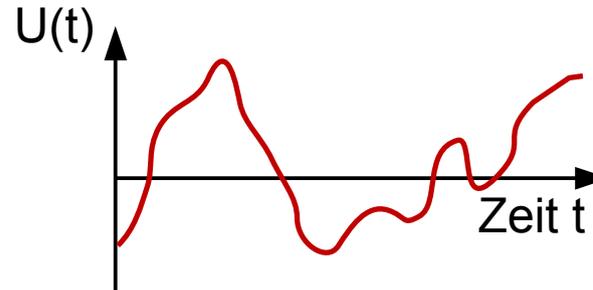
Zeitlich veränderliche Größen



Lassen sich
manchmal als Formel
beschreiben.

Aber:

**Beschreibung mit Parametern
ist (fast) immer möglich!**



Oder auch nicht.

Kenngrößen von periodischen Signalen

Zeit-Bereich

Werte-Bereich

Generelle Parameter

- Periodendauer
- Frequenz, Kreisfrequenz

- Amplitude

Analog-Signale

- Phasenverschiebung
- Verzögerung

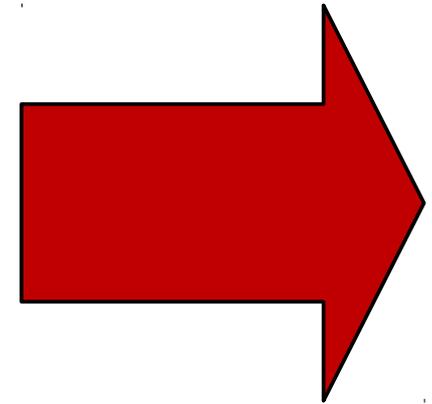
- Spitzenwert
- Peak-to-Peak-Wert
- Mittelwert, Gleichanteil
- Gleichrichtwert
- Effektivwert
- Scheitelfaktor, Crestfaktor
- Klirrfaktor
- Rauschabstand (SNR)

Digital-Signale

- Tastgrad, Duty Cycle
- Pulslänge
- Verzögerung
- Flankensteilheit
- Jitter

- Signalpegel
- Offset
- Überschwingung

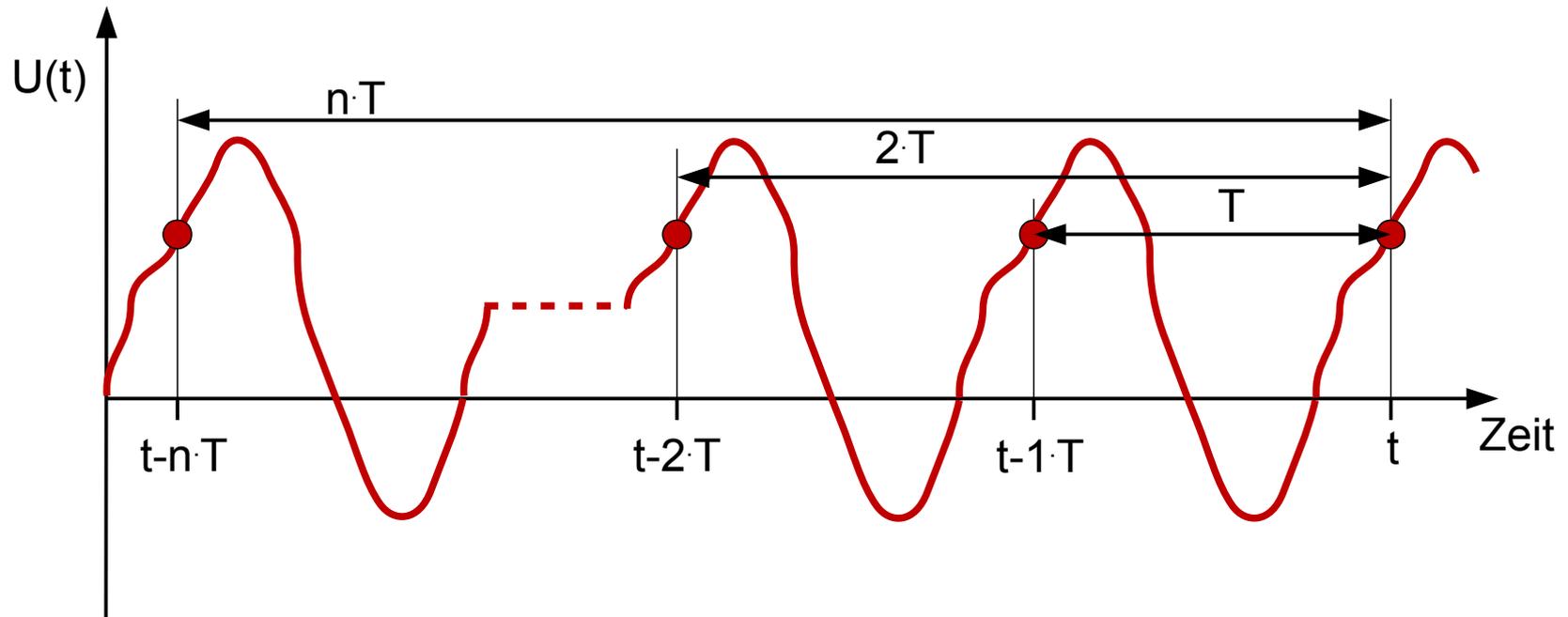
Kenngrößen im Zeitbereich



Definition

Periodisches Signal:
Wiederholt sich nach einer bestimmten Zeit

$$u(t) = u(t - n \cdot T) \quad n \in \mathbb{Z}$$



Definitionen im Zeitbereich

- *Periodendauer* T :

Zeit, nach der sich das Signal wiederholt

- *Frequenz* f :

Anzahl der Perioden n pro Zeit t

$$f = \frac{1}{T} \left(= \frac{n}{t} \right)$$

- *Verzögerung* Δt :

Zeitunterschied zwischen zwei gleichartigen Signalen

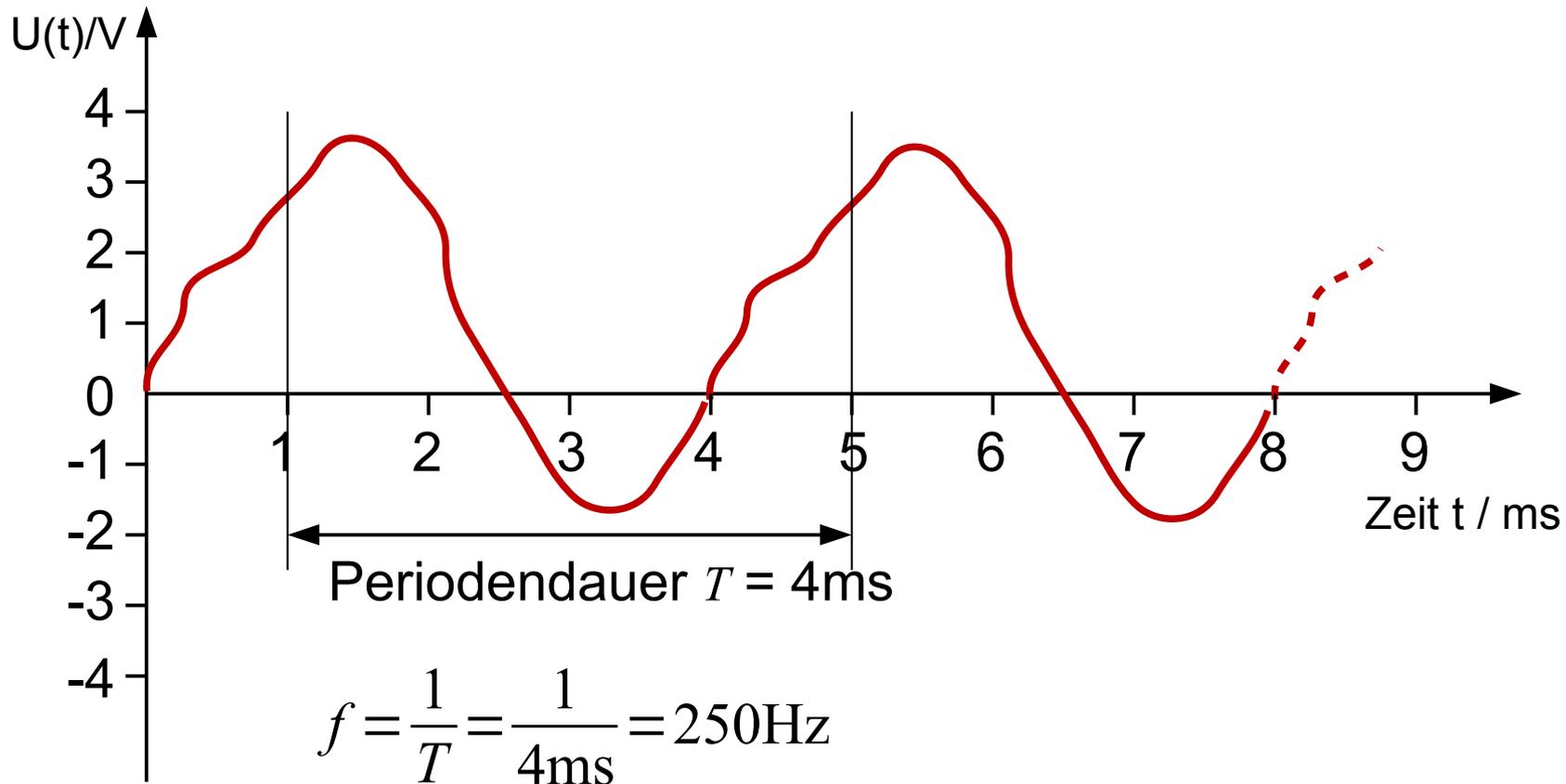
- *Phasenverschiebung* φ („phi“):

Zeitunterschied zwischen zwei Signalen gleicher Frequenz, bezogen auf die Periodendauer.

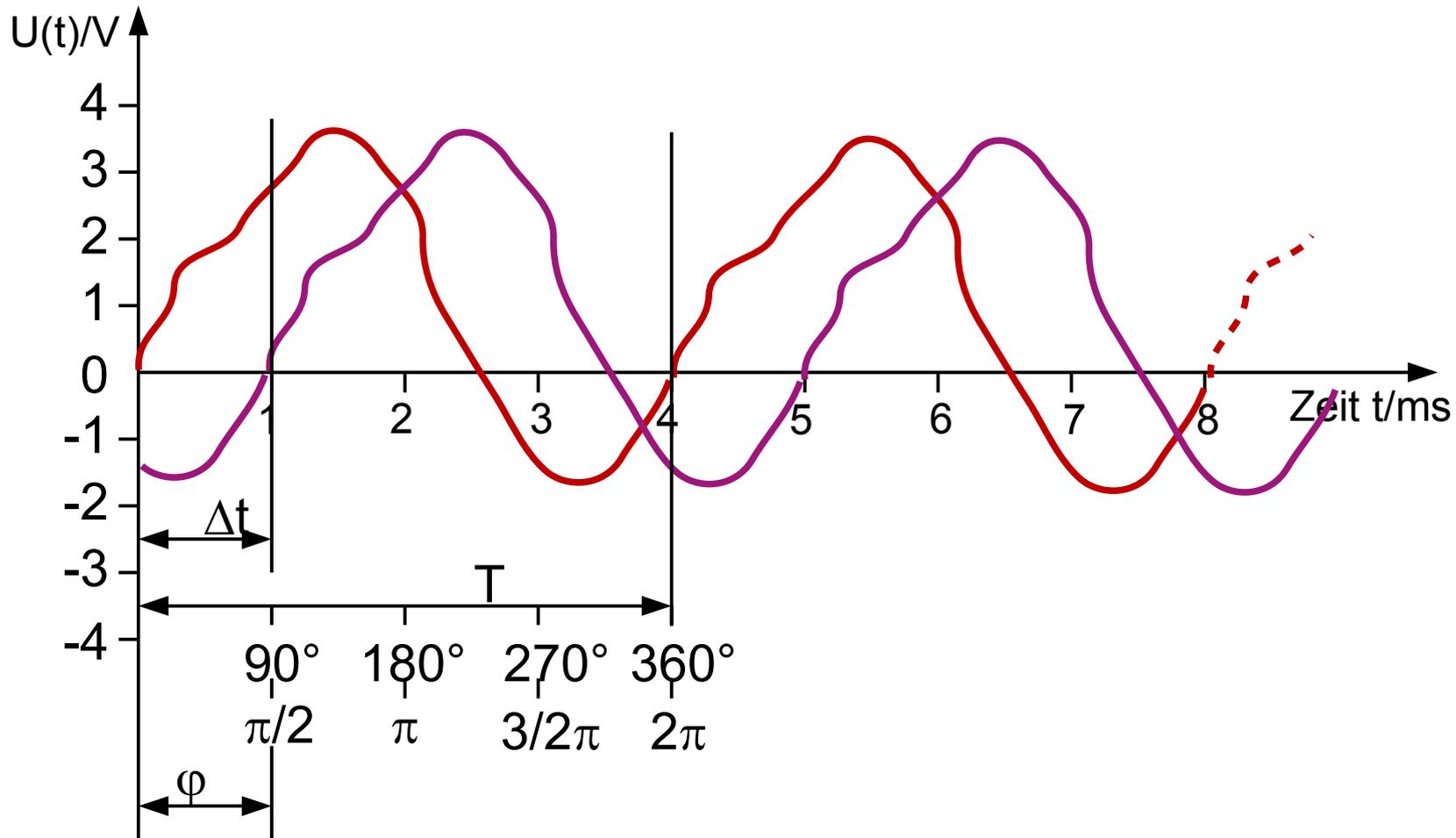
Angegeben als Winkel, wobei eine Periode einem vollen Kreis entspricht (2π oder 360°)

$$\varphi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 2\pi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 360^\circ$$

Periodendauer



Phasenverschiebung

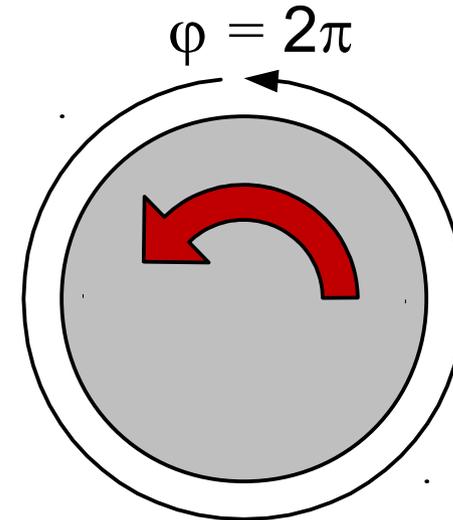


Kreisfrequenz und Drehzahl

Kreisfrequenz ω :
Anzahl Winkelgrade pro Zeit

Daraus ergibt sich:

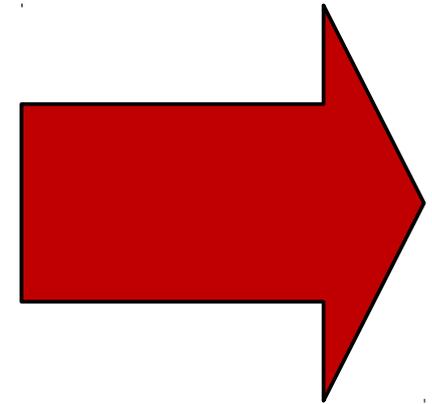
$$\omega = 2\pi \cdot f \quad f = \text{Frequenz}$$



Drehzahl n :
Umdrehungen pro Minute

$$n = f \cdot 60 \text{ s/min} \quad f = \text{Frequenz}$$

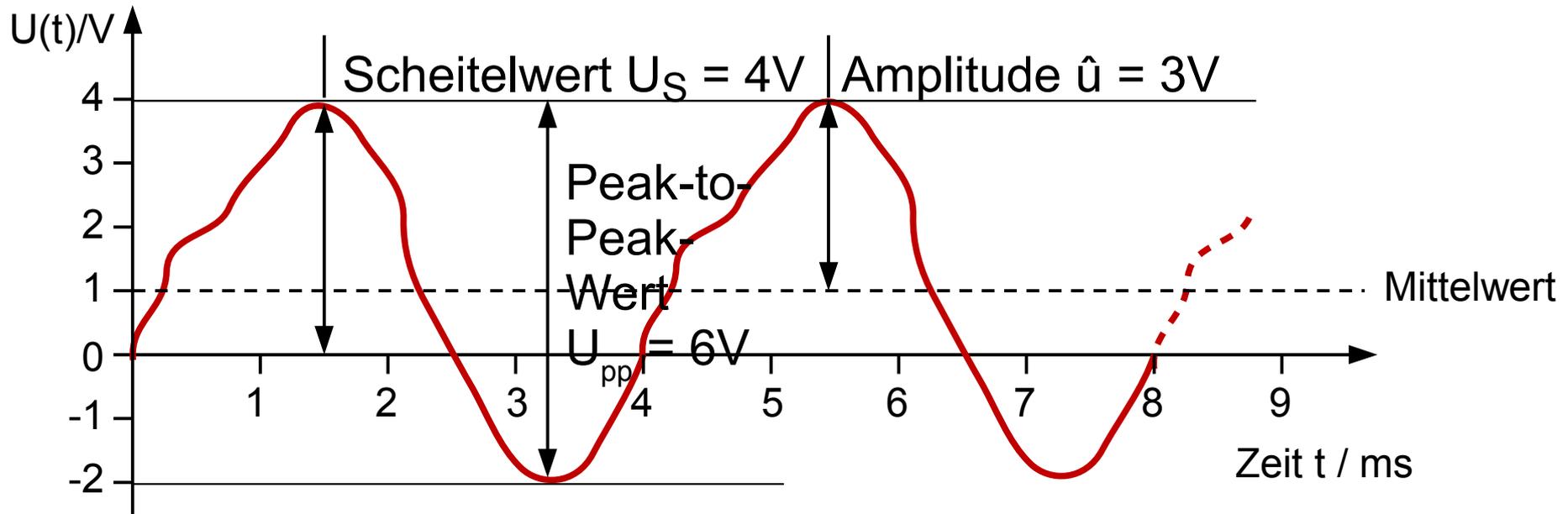
Kenngrößen im Wertebereich



Definitionen im Wertebereich

- *Scheitelwert* oder *Spitzenwert* \hat{u} , (u_s):
Größter Momentanwert eines Signals
- *Amplitude* \hat{u} , (u_a):
maximale Auslenkung aus der Lage des arithmetischen Mittelwertes
- *Peak-to-Peak-Wert* u_{PP} ,
Unterschied zwischen größtem und kleinsten Wert eines Signals

Definitionen im Wertebereich



- **Scheitelwert** oder **Spitzenwert** \hat{u} , (u_S):
Größter Momentanwert eines Signals
- **Amplitude** \hat{u} , (u_ρ):
maximale Auslenkung aus der Lage des arithmetischen Mittelwertes
- **Peak-to-Peak-Wert** u_{pp}
Unterschied zwischen größtem und kleinsten Wert eines Signals

Arithmetischer Mittelwert

Bei zwei Werten:

$$U_M = \frac{u_1 + u_2}{2}$$

Bei vielen n Werten:

$$U_M = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n u_i$$

Allgemein als Integral
für den Zeitraum t_0 :

$$U_M = \frac{1}{t_0} \cdot \int_0^{t_0} u(t) dt$$

Periodische Signale
für die Periodendauer T :

$$\overline{u(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$$

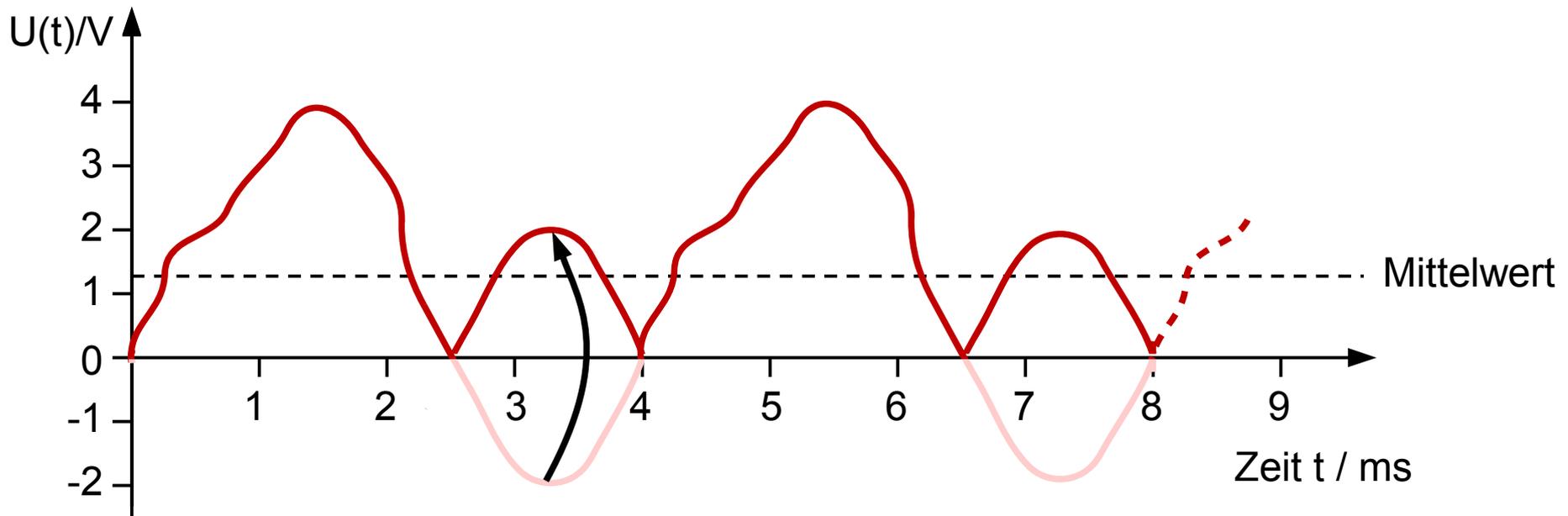
Auch genannt: Gleichanteil oder Offset

Gleichrichtwert

Mittelwert des gleichgerichteten Signals:

$$|\overline{u(t)}| = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |u(t)| dt$$

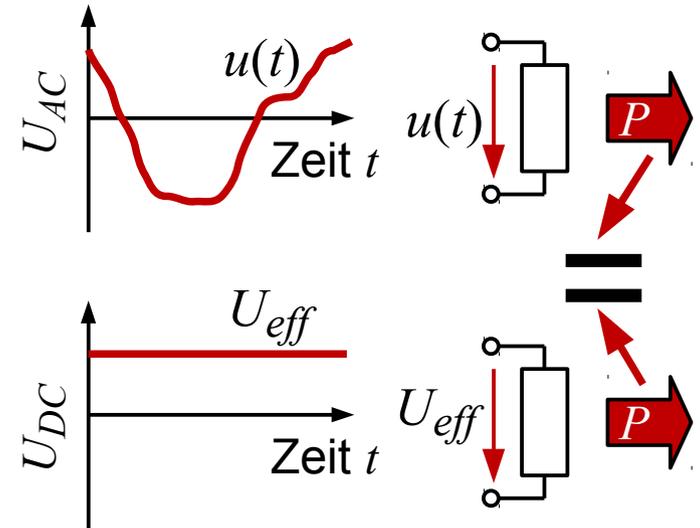
Achtung: Erst den Betrag, dann das Integral!



Effektivwert

Definition

- Äquivalentes Gleichsignal,
- erzeugt die selbe Leistung wie das Signal an einem ohmschen Widerstand



$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t) dt}$$

Englisch: RMS = Root Mean Square

Weitere Parameter

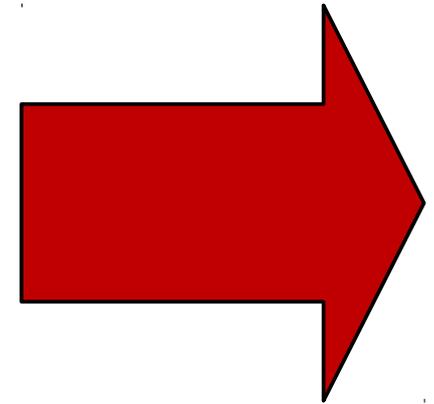
- *Scheitelfaktor* k_s , auch *Crest-Faktor*:
Verhältnis von Spitzenwert zu Effektivwert

$$k_s = \frac{\hat{u}}{U_{eff}}$$

- *Formfaktor* k_f :
Verhältnis von Effektivwert zu Gleichrichtwert

$$k_f = \frac{U_{eff}}{|u(t)|}$$

Kennwerte für sinusförmige Verläufe



Kennwerte für *sinusförmige* Signale

Amplitude	U_{amp}
Mittelwert	$U_m = 0$
Gleichgerichteter Mittelwert	$U_{ggm} = 2/\pi \cdot U_{amp} = 0,6366 \cdot U_{amp}$
Effektivwert	$U_{eff} = 1/\sqrt{2} \cdot U_{amp} = 0,7071 \cdot U_{amp}$
Spitze-Spitze-Wert	$U_{pp} = 2 \cdot U_{amp}$
Crest-Faktor	$k_S = U_{amp}/U_{eff} = \sqrt{2} = 1,4142$
Formfaktor	$k_f = U_{eff}/U_{ggm} = \pi/(2 \cdot \sqrt{2}) = 1,111$

Warum sinusförmige Funktionen

- Drehende Maschinen
- Beliebig oft differenzierbar und integrierbar
→ Form bleibt erhalten
- Beliebige Zeitfunktionen als Überlagerung von sinusförmigen Funktionen

Kontakt

Prof. Dr. Eberhard Waffenschmidt

Professur Elektrische Netze

Institut für Elektrische Energietechnik,
Fakultät für Informations-, Medien- und
Elektrotechnik (F07)

Technische Hochschule Köln

Betzdorferstraße 2, Raum ZO 9-19

50679 Köln, Deutschland

Tel. +49 221 8275 2020

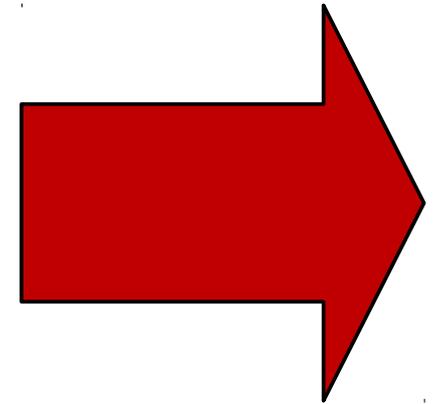
eberhard.waffenschmidt@th-koeln.de

<https://www.th-koeln.de/>

[personen/eberhard.waffenschmidt/](https://www.th-koeln.de/personen/eberhard.waffenschmidt/)



Anhang



Effektivwert

Frage: Welche Leistung erzeugt das Wechsel-Signal?

Momentan-Leistung: Aktuelle Leistung zum Zeitpunkt t :

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \frac{u^2(t)}{R}$$

Leistung: Mittelwert (über einer Periode):

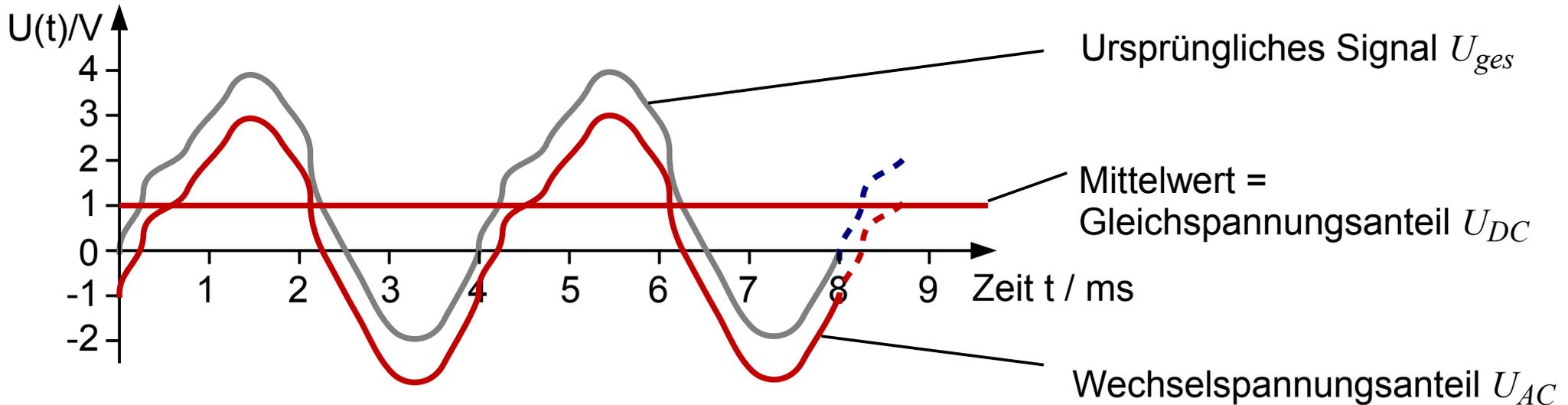
$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{u^2(t)}{R} dt$$

Effektivwert: Erzeugt die gleiche Leistung P:

$$P_{eff} = \frac{U_{eff}^2}{\cancel{R}} = P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{u^2(t)}{\cancel{R}} dt$$

Überlagerung von Signalen

Überlagerung von Gleich- und Wechselspannung:



Für Zeitverlauf gilt:

$$U_{ges}(t) = U_{DC} + U_{AC}(t)$$

Aber: Für Effektivwerte gilt:

$$U_{ges_eff}^2 = U_{DC}^2 + U_{AC_eff}^2$$

Allgemein: Überlagerung von verschiedenen Frequenzen f_0 (DC), $f_1, f_2, f_3 \dots$:

Für Zeitverlauf gilt:

$$U_{ges}(t) = U_{f0} + U_{f1}(t) + U_{f2}(t) + U_{f3}(t) + \dots$$

Für Effektivwerte gilt:

$$U_{ges_eff}^2 = U_{f0}^2 + U_{f1_eff}^2 + U_{f2_eff}^2 + U_{f3_eff}^2 + \dots$$