

Grundlagen der Elektrotechnik



Realer Transformator

TH-Köln 2020

Prof. Dr. Eberhard Waffenschmidt

Realer Transformator

- Realer und idealer Transformator
- Magnetisch gekoppelte Induktivitäten
- Induktivitätsmatrix
- Transformator mit vielen Wicklungen
- Ersatzschaltbilder
- Verluste
- Baugrößen für Trafos in Schaltnetzteilen
- Schaltgruppen für Drehstromtransformatoren

Realer Transformator

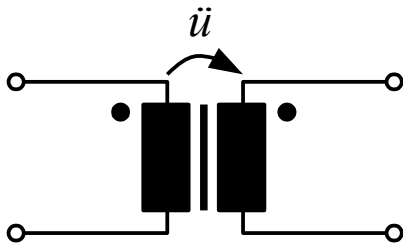
Idealer Transformator

Realer Transformator

- Verluste im Transformator
- Leerlaufstrom
- Streuinduktivität

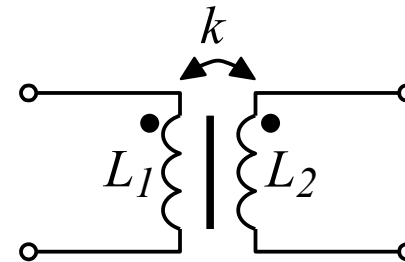
Schaltsymbol:

Magnetisch gekoppelte Induktivitäten



Kenngößen:

- Übertragungsfaktor \ddot{u}

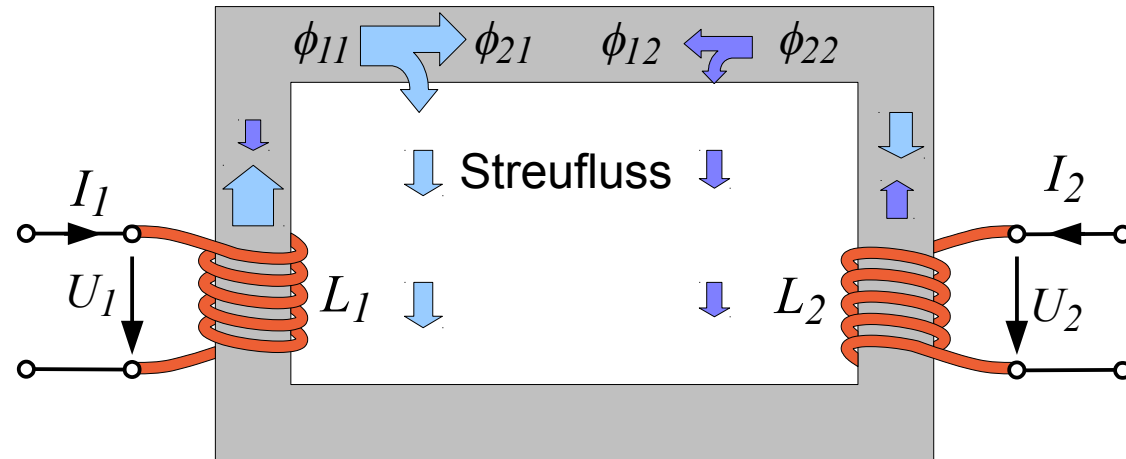


Kenngößen:

- Induktivitäten L_1 und L_2
- Koppelfaktor k

Realer Transformator

Mathematische Beschreibung



Eigeninduktion
(Leerlauf)

$$U_1 = -N_1 \cdot \frac{d}{dt} \phi_{11}$$

$$U_2 = -N_2 \cdot \frac{d}{dt} \phi_{22}$$

Gegeninduktion

$$+N_1 \cdot \frac{d}{dt} \phi_{12}$$

$$+N_2 \cdot \frac{d}{dt} \phi_{21}$$

Definition:

$$\phi_{11} = -\frac{L_{11} \cdot I_1}{N_1}$$

$$\phi_{22} = -\frac{L_{22} \cdot I_2}{N_2}$$

$$\phi_{12} = \frac{L_{12} \cdot I_2}{N_1}$$

$$\phi_{21} = \frac{L_{21} \cdot I_1}{N_2}$$

Zusammengefasst
und mit komplexen
Variablen ausgedrückt:

$$U_1 = L_{11} \cdot I'_1 + L_{12} \cdot I'_2$$

$$U_2 = L_{21} \cdot I'_1 + L_{22} \cdot I'_2$$

mit $I' = \frac{di(t)}{dt}$

Realer Trafo: Gekoppelte Induktivitäten

$$U_1 = L_{11} \cdot I'_1 + L_{12} \cdot I'_2$$

$$U_2 = L_{21} \cdot I'_1 + L_{22} \cdot I'_2$$

Als Matrixschreibweise:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{pmatrix}$$

$\vec{U} = \mathbf{L} \cdot \vec{I}'$

Induktivitätsmatrix

mit $I' = \frac{di(t)}{dt}$

Gilt immer!

L_{11} und L_{22} heißen
Eigeninduktivitäten

Es gilt:
 $L_{11} = L_1$ und $L_{22} = L_2$

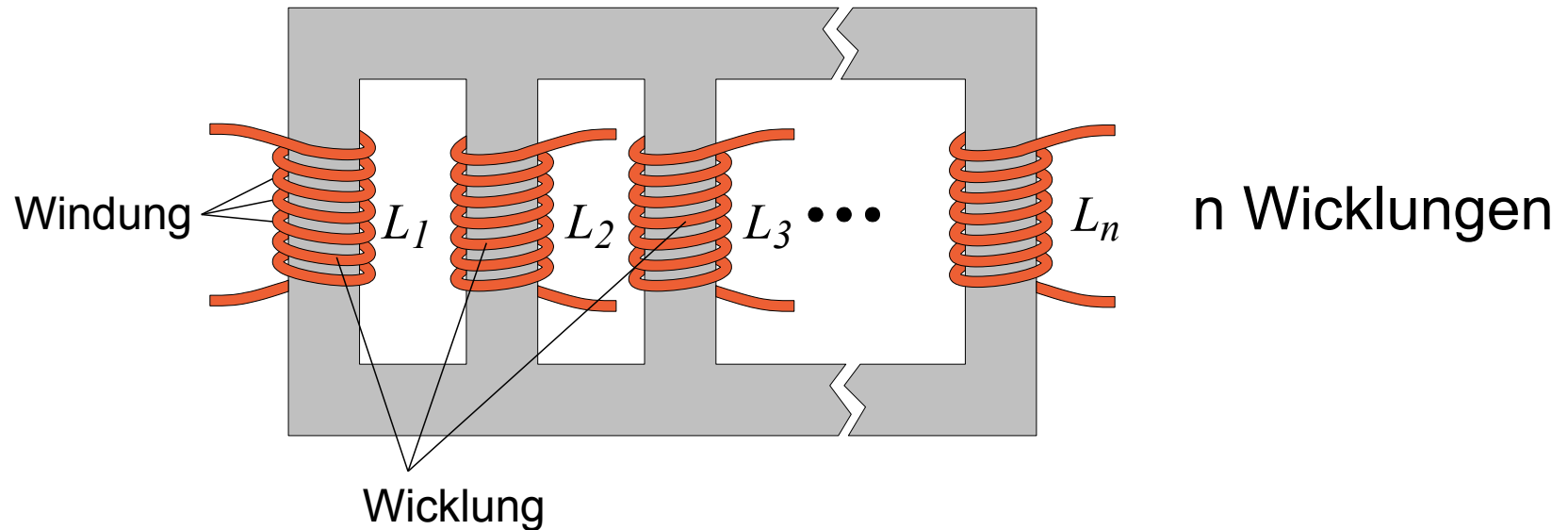
Aus physikalischen Gründen gilt:

$$L_{12} = L_{21} = M$$

L_{12} und L_{21}
bzw. M heißen
Gegeninduktivitäten

= Reversibilitätsgesetz von gekoppelten Spulen

Transformator mit vielen Wicklungen



$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \vdots \\ U_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & \cdots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & \cdots & L_{2n} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & \cdots & L_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & L_{n3} & \cdots & L_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I'_1 \\ I'_2 \\ I'_3 \\ \vdots \\ I'_n \end{pmatrix}$$

mit $L_{ij} = L_{ji}$

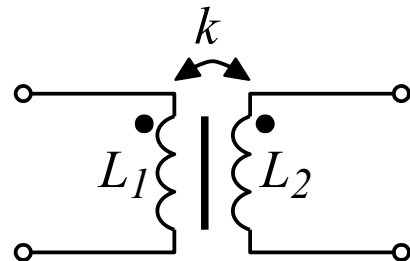
Charakteristische Größe

Koppelfaktor k

Gibt an, wie (magnetisch) nahe zwei Spulen sind
= wie gut die Spulen magnetisch *gekoppelt* sind.

$k =$

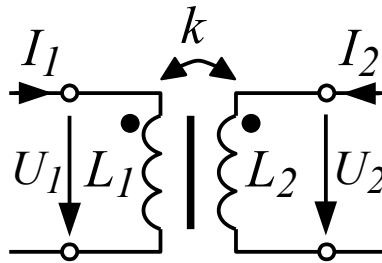
1	ideale Kopplung
0.99	guter Transformator
0.9	brauchbarer Transformator
0.1...0.5	Wireless Power
0	einzelne Induktivitäten



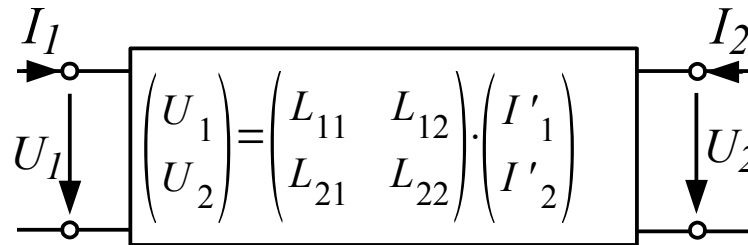
$$k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11} \cdot L_{22}}}$$

Hinweis: k ist in beiden Richtungen gleich – wegen Reversibilitätsgesetz

Ersatzschaltbilder

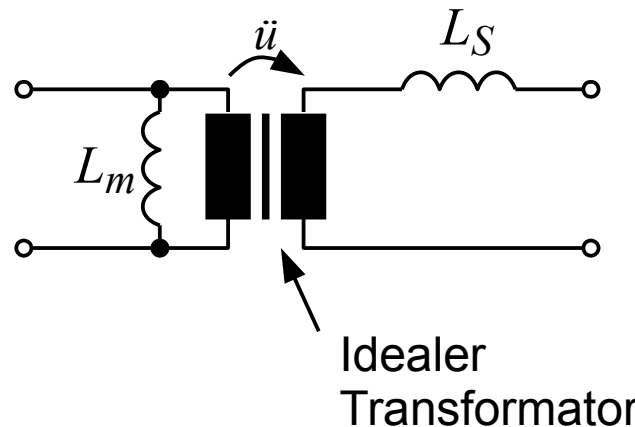


Repräsentation durch:



$$k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11} \cdot L_{22}}}$$

oder:



$$L_S = \sigma \cdot L_2$$

$$L_m = L_1$$

$$\tilde{i} = n \cdot k$$

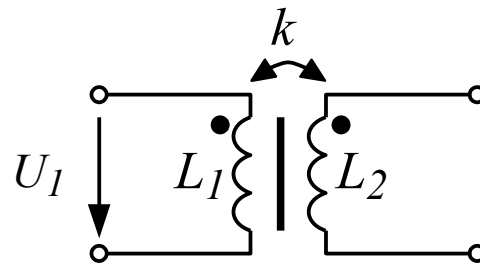
Streufaktor:

$$\sigma = 1 - k^2$$

$$n = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \left(\approx \frac{N_2}{N_1} \right)$$

Oder weitere Ersatzschaltbilder...

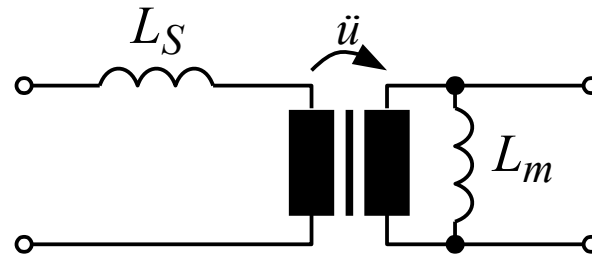
Weitere Ersatzschaltbilder



Streufaktor:

$$\sigma = 1 - k^2$$

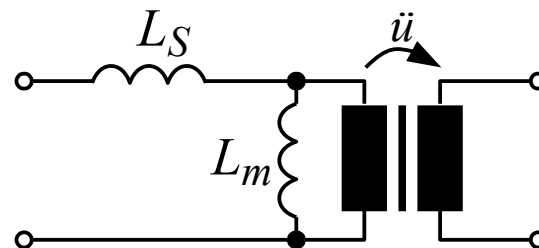
$$n = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$



$$L_S = \sigma \cdot L_1$$

$$L_m = L_2$$

$$\ddot{u} = \frac{n}{k}$$

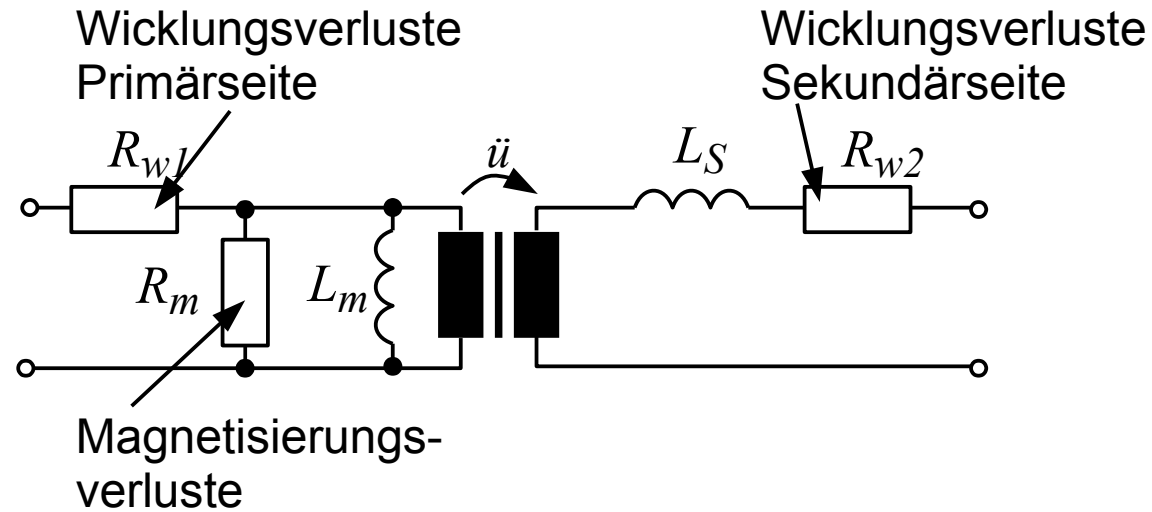


$$L_S = \sigma \cdot L_1$$

$$L_m = (1 - \sigma) \cdot L_1$$

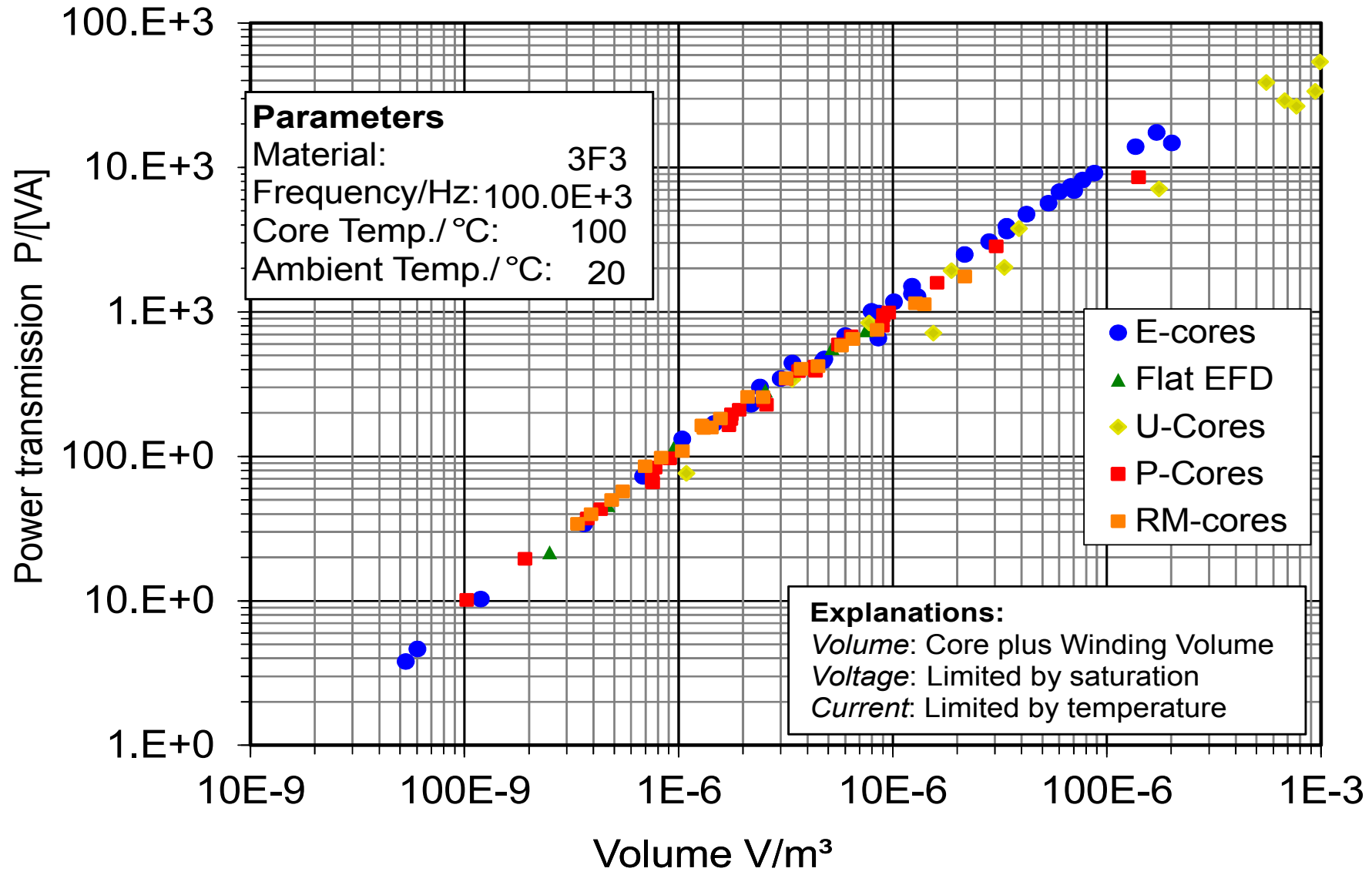
$$\ddot{u} = \frac{n}{k}$$

Ersatzschaltbild mit ohmschen Verlusten



Realer Transformator

Power transmission capability for magnetic cores

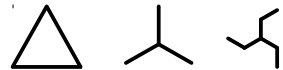


Schaltgruppen von Drehstromtrafos

Kennbuchstabe:

Oberspannung D Y Z N
 Unterspannung d y z n

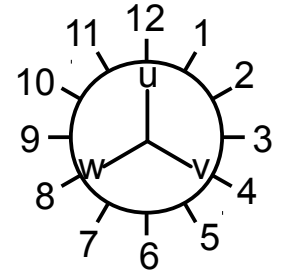
Wicklungstyp:



Sternpunkt
herausgeführt

Kennzahl: 0..11

ein Punkt entspricht
30° Phasenverschiebung
zwischen Ober- und Unterspannung,
wie bei einer Uhr



Oberspannung	Unterspannung						
	<p>Dd0</p>	<p>Dz0</p>	<p>Dy5</p>	<p>Dd6</p>	<p>Dz6</p>	<p>Dy11</p>	<p>Dyn5</p>
	<p>Yy0</p>	<p>Yd5</p>	<p>Yz5</p>	<p>Yy6</p>	<p>Yd11</p>	<p>Yz11</p>	

Kontakt

Prof. Dr. Eberhard Waffenschmidt

Professur Elektrische Netze

Institut für Elektrische Energietechnik,
Fakultät für Informations-, Medien- und
Elektrotechnik (F07)

Technische Hochschule Köln

Betzdorferstraße 2, Raum ZO 9-19

50679 Köln, Deutschland

Tel. +49 221 8275 2020

eberhard.waffenschmidt@th-koeln.de

<https://www.th-koeln.de/>

[personen/eberhard.waffenschmidt/](https://www.th-koeln.de/personen/eberhard.waffenschmidt/)

